

# Proof-Theoretic Approach to Logical Consequence, and Tarski's Criticism of it

Hamid Alaeinejad<sup>1</sup>  | Morteza Hajhosseini<sup>2</sup> 

<sup>1</sup> Corresponding Author, Postdoc Researcher of Philosophy Department, University of Isfahan, Iran. Email: [h.alaeinejad@ltr.ui.ac.ir](mailto:h.alaeinejad@ltr.ui.ac.ir)

<sup>2</sup> Associate Professor of Philosophy Department, University of Isfahan, Iran. Email: [m.hajhosseini@ltr.ui.ac.ir](mailto:m.hajhosseini@ltr.ui.ac.ir)

## Article Info

### Article type:

Research Article

### Article history:

Received 5 April 2022

Received in revised form 7 June 2022

Accepted 8 June 2022

Published online 20 March 2024

### Keywords:

the concept of logical consequence, proof-theoretic definition, model-theoretic definition, model-theoretic semantics, Tarski

## ABSTRACT

According to the proof-theoretic definition of the concept of logical consequence, the sentence X is a logical consequence of the set of assumptions  $\Gamma$  if there is an argument from  $\Gamma$  for X. Tarski argues that by adding any number of rules to inferential systems, there are always cases in which a sentence is intuitively the logical consequence of a set of sentences, whereas in that system it is not possible to provide an argument for that sentence. Hence, the proof-theoretic definition cannot express the intuitive concept of logical consequence. The present article examines Tarski's critique of proof-theoretic definition. Based on our study, Tarski's critique poses a serious problem to the proof-theoretic definition, but this does not mean that the model-theoretic definition is superior to proof-theoretic definition, because there are also acceptable critiques of model-theoretic definition. It seems that neither of these approaches succeed in providing an accurate definition of the intuitive concept of logical consequence for deductive systems. However, in different deductive systems, an interpretation of each of these two approaches can be presented in a way that it is consistent with other metaphysical and epistemological perspectives related to that system, and it is acceptable according to the practical goals.

**Cite this article:** Alaeinejad, A. & Hajhosseini: M. (2024). Proof-Theoretic Approach to Logical Consequence, and Tarski's Criticism of it. *Journal of Philosophical Investigations*, 18 (46), 30-49. <http://doi.org/10.22034/JPIUT.2022.50993.3160>



© The Author(s).  
<http://doi.org/10.22034/JPIUT.2022.50993.3160>

Publisher: University of Tabriz.

---

## Extended Abstract

### Introduction

In the twentieth century, proof-theoretic and model-theoretic approaches have been proposed for defining the concept of logical consequence. According to model-theoretic approach, the definition of the concept of logical consequence is expressed based on semantic features, but according to proof-theoretic approach, the concept should be expressed based on the concept of argument and its related properties. According to the proof-theoretic definition, the sentence  $X$  is a logical consequence of the set of assumptions  $\Gamma$  if there is an argument from  $\Gamma$  for  $X$ . Tarski argues that the model-theoretic approach is more fundamental than the proof-theoretic approach, and therefore it is necessary to define the concept of logical consequence in terms of semantic concepts. He shows that in a deductive system, the sentence  $X$  may intuitively be a logical consequence of the set of assumptions  $\Gamma$ , while it is not possible to provide a syntactic inference for  $X$  from the set  $\Gamma$  (Tarski 2002, 178). The present article examines Tarski's critique of proof-theoretic definition.

### Tarski's critique

In his article on the concept of logical consequence (Tarski 2002), Tarski criticizes proof-theoretic approach, and proposes his model-theoretic account of logical consequence. Tarski argues that by adding any number of rules to inferential systems, there are always cases in which a sentence is intuitively the logical consequence of a set of sentences, whereas in that system it is not possible to provide an argument for that sentence. Hence, the proof-theoretic definition cannot express the intuitive concept of logical consequence. In his argument, Tarski first refers to deductive systems which are so-called  $\omega$ -incomplete, as an example. Intuitively, if all the statements in the form " $n$  possesses the property  $P$ " are proven, we can conclude that "every natural number  $n$  has the property  $P$ ". A deductive system is  $\omega$ -incomplete if for at least one property  $P$ , the conclusion cannot be proven on that deductive system. It may seem that by adding the infinite induction rule, or the so-called  $\omega$ -rule, the above-mentioned problem can be solved. However, by referring to Gödel's first incompleteness theorem, Tarski states that adding any number of inference rules to the deductive systems does not eliminate the mentioned defect of these systems. Therefore, deductive systems are not able to prove all the sentences that are intuitively logical consequences of a set of sentences. Tarski concludes that the proof-theoretic definition of logical consequence is different from the intuitive concept that we consider in our usual use of the concept.

### Evaluating Tarski's critique

Given the widespread acceptance of Gödel's incompleteness theorems, and the application of these theorems that Tarski considers in his critique, it seems that Tarski's critique is acceptable, and his critique poses a serious problem to the proof-theoretic definition. After Tarski's critique, model-theoretic definition became the dominant approach in defining the concept of logical consequence. However, this does not mean that the model-theoretic definition is superior to proof-theoretic definition, because there are also acceptable critiques to model-theoretic definition (Etchemendy

---

1990; 2008). It seems that neither of these approaches succeed in providing an accurate definition of the intuitive concept of logical consequence for deductive systems.

It should be noted, however, that we should not confuse the definition of intuitive concept of logical consequence with the tools provided by mathematical logic, and the definition of the concept in order to be used in a particular deductive system. In the former case, the criterion of the acceptability of proposed definition is our intuitive understanding of the concept of logical consequence. It is in this case that Tarski's critique is presented. But, in the latter case, the purpose of presenting the definition of the concept of logical consequence is its practical aspects in a particular deductive system. In this case, proof-theoretic account can no longer be considered unacceptable for that system, because it is not the case that all sentences that are intuitively considered as a logical consequence should also be considered as a logical consequence according to that particular definition of logical consequence. Tarski's critique, therefore, does not conclude that any proof-theoretic account of logical consequence is unjustified, and therefore unacceptable. In some logical systems, such as classical first-order logic, both model-theoretic and proof-theoretic approaches can be used to define the concept of logical consequence, and because of the soundness and completeness meta-theorems, taking either of these two distinct approaches in this system (and many others) will not change the results of evaluating the validity of arguments. But presenting one of these two competing approaches for a particular deductive system depends on various factors. First, in different deductive systems, the definition of logical consequence can be presented in a way that it is consistent with other metaphysical and epistemological perspectives related to that system. For realists' model-theoretic definition is preferable, and proof-theoretic one is acceptable according to anti-realists' point of view. The second reason is that sometimes it may not be possible to provide a specific definition for a particular deductive system. For example, it has been claimed that some systems, such as full second order logic or Henkin-quantifier logic, do not allow for complete axiomatization (Krynicky, Lachlan 1979). In this case, the definition of logical consequence for that system should be a model-theoretic one.

## **Conclusion**

In this article, it was determined that Tarski's critique is justified and plausible. But there are also serious criticisms of model-theoretic account of logical consequence, and, therefore, it cannot be argued that one of the definitions is superior to the other. However, in different deductive systems, an interpretation of each of these two approaches can be presented in a way that it is consistent with other metaphysical and epistemological perspectives related to that system, and it is acceptable, according to the practical goals.

## رویکرد نظریه-برهانی به مفهوم پیامد منطقی و نقد تارسکی به آن

حمید علایی نژاد<sup>۱</sup> | مرتضی حاج حسینی<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup> (نویسنده مسئول)، پژوهشگر پسادکتری، گروه فلسفه، دانشگاه اصفهان، ایران. رایانامه: [h.alaeinejad@ltr.ui.ac.ir](mailto:h.alaeinejad@ltr.ui.ac.ir)

<sup>۲</sup> دانشیار، گروه فلسفه، دانشگاه اصفهان، ایران. رایانامه: [m.hajhosseini@ltr.ui.ac.ir](mailto:m.hajhosseini@ltr.ui.ac.ir)

اطلاعات مقاله	چکیده
نوع مقاله: مقاله پژوهشی	بنابر تعریف نظریه-برهانی از مفهوم پیامد منطقی، جمله $X$ پیامد منطقی مجموعه مقدمات $\Gamma$ محسوب می‌شود اگر از $\Gamma$ برهانی برای $X$ وجود داشته باشد. تارسکی استدلال می‌کند که با افزایش هر تعداد قاعده به نظام‌های استنتاجی، همواره در آن نظام مواردی وجود دارد که جمله‌ای شهوداً پیامد منطقی مجموعه‌ای از جملات است، درحالی‌که در آن نظام ارائه برهانی برای آن جمله ممکن نیست. از این رو تعریف نظریه-برهانی نمی‌تواند بیانگر مفهوم شهودی پیامد منطقی باشد.
تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۰۱/۱۶	مقاله حاضر به بررسی نقد تارسکی به تعریف نظریه-برهانی اختصاص دارد. بر اساس بررسی ما مشخص شد که نقد تارسکی تعریف نظریه-برهانی را با مشکلی جدی مواجه می‌کند؛ اما این مطلب به این معنا نیست که تعریف نظریه-مدلی نسبت به تعریف نظریه-برهانی ارجحیت دارد؛ زیرا که نقدهایی قابل قبول نیز به رویکرد نظریه-مدلی وارد است.
تاریخ بازنگری: ۱۴۰۱/۰۳/۱۷	به نظر می‌رسد هیچ کدام از این دو رویکرد در ارائه تعریفی دقیق از مفهوم شهودی پیامد منطقی به منظور کاربرد در نظام‌های استنتاجی موفق نیستند. باین حال در نظام‌های استنتاجی مختلف می‌توان تقریری از هر یک از این دو رویکرد ارائه داد به گونه‌ای که در انسجام با سایر دیدگاه‌های متافیزیکی و معرفت‌شناختی مربوط به آن نظام بوده، و بنابر اهداف کاربردی قابل قبول باشد.
تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۰۳/۱۸	مفهوم پیامد منطقی، تعریف نظریه-برهانی، تعریف نظریه-مدلی، معناشناسی نظریه-مدلی، تارسکی
تاریخ انتشار: ۱۴۰۳/۰۲/۰۳	کلیدواژه‌ها:

استناد: علایی نژاد حمید و حاج حسینی، مرتضی. (۱۴۰۳). رویکرد نظریه-برهانی به مفهوم پیامد منطقی و نقد تارسکی به آن. پژوهش‌های فلسفی، ۱۸(۴۶)، ۳۰-۴۹.

<http://doi.org/10.22034/JPIUT.2022.50993.3160>



© نویسندگان.

ناشر: دانشگاه تبریز.

## مقدمه

مفهوم پیامد منطقی<sup>۱</sup> از مفاهیم بنیادی دانش منطق محسوب می‌شود. چگونگی تعریف این مفهوم، و در واقع تعیین چگونگی نحوه ارتباط مقدمات و نتیجه یک استدلال معتبر، در تعیین معنا و چیستی دانش منطق مؤثر است. در زمینه منطق سنتی مفهوم پیامد منطقی به واسطه قابلیت استنتاج یک جمله، یعنی نتیجه، از مقدمات استدلال توضیح داده می‌شود. تا پیش از شکل‌گیری منطق جدید در قرن بیستم، منطق‌دانان عمدتاً این تعریف را پذیرفته و تغییری عمده در آن ایجاد ننموده‌اند. با این حال با پیشرفت دانش منطق در قرن بیستم، و به‌خصوص به‌واسطه تمایزی که میان نظریه برهان و نظریه مدل ایجاد شد، این شرایط تغییر کرد. بر اساس این تمایز، در تعریف مفهوم پیامد منطقی<sup>۲</sup> دو رویکرد نظریه-مدلی<sup>۲</sup> و نظریه-برهانی<sup>۳</sup> از یکدیگر تفکیک شدند. در رویکرد نظریه-مدلی مفهوم پیامد منطقی بر اساس مفهوم صدق، و در واقع ویژگی‌های معناسانانه، و در رویکرد نظریه-برهانی بر اساس برهان و ویژگی‌های مربوط به آن بیان می‌گردد.<sup>۴</sup>

تا پیش از ارائه مفهوم صوری صدق توسط تارسکی در سال ۱۹۳۳ (تارسکی، ۱۹۵۶ الف)<sup>۵</sup> و انتشار نقد او به تعریف نظریه-برهانی در سال ۱۹۳۶ (تارسکی، ۲۰۰۲)، منطق‌دانان عمدتاً رویکرد نظریه-برهانی را پذیرفته بودند. با این حال تارسکی استدلال می‌کند که رویکرد نظریه-مدلی مبنایی‌تر از رویکرد نظریه-برهانی است و از این‌رو لازم است تعریف این مفهوم بر اساس مفاهیم معناسانانه ارائه شود. او نشان می‌دهد که ممکن است در یک نظام استنتاجی<sup>۶</sup> مشخص جمله X شهوداً پیامد منطقی مجموعه مقدمات  $\Gamma$  باشد، درحالی‌که نتوان از مجموعه مقدمات  $\Gamma$  استنتاجی نحوی برای X ارائه داد (تارسکی، ۲۰۰۲، ۱۷۸). پیشنهاد جایگزین تارسکی استفاده از مفهوم مدل در تعریف مفهوم پیامد منطقی است. به بیان تارسکی جمله X پیامد منطقی مجموعه جملات  $\Gamma$  است اگر و تنها اگر هر مدلی برای  $\Gamma$  مدلی نیز برای X باشد. پس از آن، رویکرد تارسکی از جانب بسیاری از منطق‌دانان و فلاسفه مورد پذیرش قرار گرفته و در بسیاری از آثار منطقی به‌عنوان دیدگاهی استاندارد و رسمی مطرح شده است.

در مقاله حاضر قصد داریم به بیان و بررسی رویکرد نظریه-برهانی پرداخته و با ارائه نقد تارسکی به آن و بیان پیشنهاد جایگزین او، اعتبار آن را ارزیابی نماییم. همچنین با توجه به وجود نقدهایی جدی به هر یک از دو رویکرد نظریه-برهانی و نظریه-مدلی، تلاش می‌کنیم این مسئله را بررسی نماییم که پذیرش هر یک از این دو در چه شرایطی می‌تواند قابل قبول باشد. برای این منظور ابتدا در بخش دوم به بیان تعریف نظریه-برهانی پرداخته و پس از ارائه دیدگاه نظریه-برهانی کارنپ، به تفاوت میان تعریف نظریه-برهانی و

<sup>۱</sup> the concept of logical consequence

<sup>۲</sup> model-theoretic

<sup>۳</sup> proof-theoretic

<sup>۴</sup> در ادامه برای اختصار، تعریف نظریه-برهانی از مفهوم پیامد منطقی را صرفاً با «تعریف نظریه-برهانی» بیان می‌کنیم.

<sup>۵</sup> انتشار اولیه آثاری از تارسکی که در مقاله حاضر به آن‌ها اشاره داشته‌ایم به زبان لهستانی بوده است. در این مقاله ارجاعات ما بر اساس ترجمه انگلیسی این آثار تنظیم شده است.

<sup>۶</sup> deductive system

معناشناسی نظریه-برهانی<sup>۱</sup> و ارتباط آن با کثرت‌گرایی منطقی<sup>۲</sup> اشاره می‌نماییم. سپس در بخش سوم نقد تارسکی به تعریف نظریه-برهانی را تشریح کرده، و پیشنهاد جایگزین او را نیز بیان می‌نماییم. در بخش چهارم به ارزیابی نقد تارسکی پرداخته و تلاش می‌کنیم با اشاره به نقدهایی که علیه رویکرد نظریه-مدلی تارسکی ارائه شده، دلایل اتخاذ هر یک از دو رویکرد نظریه-برهانی و نظریه-مدلی را در نظام‌های استنتاجی مختلف مشخص‌نماییم. در انتها مطالب را جمع‌بندی کرده و نتیجه‌گیری می‌نماییم.

## ۱. تعریف نظریه-برهانی

در قرن بیستم و با ایجاد ابزارهای مختلف ریاضی برای صورت‌بندی و ارائه نظام‌های استنتاجی گوناگون، تلاش‌های گسترده‌ای نیز در جهت ارائه تعریفی دقیق و مناسب از مفهوم پیامد منطقی برای این نظام‌های صورتی انجام شد. هدف از ارائه چنین تعریفی آن بود که متناسب با پیشرفت‌های دانش منطق، درک شهودی از مفهوم پیامد منطقی به‌گونه‌ای تدقیق و صورت‌بندی شود که ویژگی‌های مورد انتظار از چنین رابطه‌ای را در خود داشته باشد. اولین تلاش‌ها در این زمینه منجر به ایجاد رویکردی شد که بعدها به تعریف نظریه-برهانی شناخته شد. در حالت کلی بر اساس تعریف نظریه-برهانی، جمله  $X$  پیامد منطقی مجموعه مقدمات  $\Gamma$  محسوب می‌شود اگر از مجموعه مقدمات  $\Gamma$  برهانی برای  $X$  وجود داشته باشد. در این بخش به تدقیق این تعریف و بیان برخی نکات در مورد آن می‌پردازیم.

### ۱-۱. تعریف نظریه-برهانی کارنپ

کارنپ را شاید بتوان اولین فیلسوفی دانست که در جهت ارائه تعریفی دقیق از مفهوم پیامد منطقی تلاش کرده است. حاصل تلاش کارنپ در *نحو منطقی زبان* منتشر شده است (کارنپ، ۱۹۳۷).<sup>۳</sup> این کتاب در واقع بخش مهمی از پروژه کلان فلسفی کارنپ مبنی بر تحویل مسائل فلسفی به مسائلی زبانی، و از این طریق منحل کردن این مسائل است. در زمان انتشار این کتاب این دیدگاه غلبه داشته که منطق و نحو زبان نظریه‌هایی کاملاً متمایز از یکدیگر هستند؛ به این معنی که قواعدی که در نحو زبان برای ساخت جملات داریم تأثیری بر منطق و قواعد استنتاج حاکم بر جملات آن ساختار نحوی ندارند. هدف کارنپ در این کتاب این است که نشان دهد بر خلاف این رویکرد، منطق و قواعد آن کاملاً نحوی بوده و تنها به صورت و ساختار نحوی جملات زبان مربوط است؛ به این معنی که مشخصه‌های منطقی جملات، مانند تحلیلی بودن، متناقض بودن و غیره، و روابط منطقی میان آن‌ها، مانند سازگاری، قابلیت استنتاج و غیره، مربوط به معانی واژگان نبوده و تنها به نمادهای زبان و ساختار نحوی جملات زبان وابسته است (کارنپ، ۱۹۳۷، ۱-۲).

از نظر کارنپ مفهوم پیامد منطقی همان مفهومی است که در کاربرد معمول هنگامی که گفته می‌شود جمله‌ای منطقاً از جمله‌ای دیگر حاصل می‌شود در نظر داریم. در این حالت صدق یک جمله در واقع مبنایی برای صدق جمله‌ای دیگر، یعنی نتیجه، خواهد بود (کارنپ، ۱۹۳۷، ۳۹). از این رو کارنپ قواعد استنتاجی را به‌گونه‌ای اتخاذ می‌کند که همواره از مقدمات صادق به نتیجه صادق بیانجامد

<sup>۱</sup> proof-theoretic semantics

<sup>۲</sup> logical pluralism

<sup>۳</sup> این کتاب اولین بار در سال ۱۹۳۴ به زبان آلمانی انتشار یافته و ترجمه انگلیسی آن در سال ۱۹۳۷ به چاپ رسیده است. تمامی ارجاعات ما در این مقاله به ترجمه انگلیسی این کتاب است.

(کارنپ، ۱۹۳۷، ۳۲). با این حال نباید این استفاده کارنپ از مفهوم صدق باعث شود تا گمان کنیم او مفهومی نظریه-مدلی از پیامد منطقی در نظر داشته است. همان‌طور که کارنپ خودش تصریح می‌کند:

برای تعیین این که آیا یک جمله پیامد [منطقی] جمله دیگر است یا خیر، لازم نیست هیچ ارجاعی به معنای جملات انجام شود. ... بلکه [برای این منظور] کافی است که طرح نحوی<sup>۱</sup> جملات ارائه شود (کارنپ، ۱۹۳۷، ۳۵۸).

کارنپ به دنبال ارائه تعریفی دقیق و صوری از مفهوم پیامد منطقی است به گونه‌ای که در نظریه‌های صوری قابل استفاده باشد؛ اما علی‌رغم این که تارسکی یک سال پیش‌تر در مفهوم صدق در زبان‌های صوری (تارسکی، ۱۹۵۶ الف) تحلیلی صوری از مفهوم صدق برای زبان‌های صوری ارائه داده بود، تعریف کارنپ در واقع تعریفی نظریه-برهانی بوده و بدون استفاده از مفهوم صدق ارائه شده است. برخی از پژوهشگران دلیل عدم استفاده کارنپ از مفاهیم معناشناسانه را انتشار اولیه این اثر تارسکی به زبان لهستانی و بی‌اطلاعی کارنپ از محتوای آن دانسته‌اند (رویلان، ۲۰۰۹، ۱۲۳).

کارنپ در این کتاب دو نظام استنتاجی<sup>۳</sup> معرفی می‌کند و پس از تدقیق مفهوم برهان در این نظام‌های استنتاجی، تعریف مورد نظر خود را از مفهوم پیامد منطقی ارائه می‌نماید. او برای این منظور ابتدا میان دو مفهوم قابل اشتقاق بودن<sup>۴</sup> و پیامد منطقی تمایز قائل می‌شود (کارنپ، ۱۹۳۷، ۲۷). به بیان کارنپ یک استنتاج<sup>۵</sup> از مجموعه مقدمات  $\Gamma$  دنباله‌ای متناهی از جملات است به گونه‌ای که هر جمله این دنباله یا یکی از مقدمات  $\Gamma$  است یا بر اساس قواعد استنتاج از جملات قبلی آن به دست آمده است. در صورتی که  $X$  آخرین جمله این دنباله باشد، آن دنباله برهانی از مجموعه جملات  $\Gamma$  برای  $X$  بوده، و در این حالت  $X$  را اصطلاحاً قابل اشتقاق از مجموعه جملات  $\Gamma$  می‌دانیم (کارنپ، ۱۹۳۷، ۲۸). کارنپ قصد ندارد مفهوم پیامد منطقی را بر اساس قابل اشتقاق بودن توضیح دهد. او با پژوهش‌ها و دست‌آوردهای گودل، و به‌طور خاص قضایای ناتمامیت او، کاملاً آشنا بوده و در این کتاب بارها به آن اشاره می‌کند. چنان که کارنپ خودش متذکر شده است، دلیل اصلی او برای چنین تفکیکی میان قابل اشتقاق بودن در نظام‌های استنتاجی و مفهوم پیامد منطقی، قضیه اول ناتمامیت گودل بوده است. به بیان کارنپ بر اساس قضیه اول ناتمامیت گودل در هر نظام استنتاجی به اندازه کافی قوی (به این معنا که ریاضیات بتواند در آن بیان شود) جملاتی درست قابل بیان هستند که در آن نظام استنتاجی قابل اشتقاق نیستند (کارنپ، ۱۹۳۷، ۱۰۰). از این رو از نظر کارنپ اگرچه هر جمله قابل اشتقاق از مجموعه جملات  $\Gamma$  پیامد منطقی  $\Gamma$  محسوب

<sup>۱</sup> syntactical design

<sup>۲</sup> کارنپ بعدها در پیشگفتار مقدمه‌ای بر نظریه معناشناسی به این مطلب اشاره می‌کند که انتشار آثار منطق‌دانانی مانند تارسکی صرفاً به زبان لهستانی منجر به این امر شده است که محتوا و اهمیت آن‌ها تا سال‌ها در جامعه علمی مخفی بماند (کارنپ، ۱۹۴۸، §vi).

<sup>۳</sup> کارنپ از عبارت زبان صوری (formal language) استفاده می‌کند. با این حال منظور کارنپ از زبان صوری مجموع واژگان و قواعد ساخت به همراه اصول موضوعه، تعاریف و قواعد استنتاجی است که به بیان امروزی در واقع همان نظام استنتاجی خواهد بود.

<sup>۴</sup> derivable

<sup>۵</sup> derivation

می‌شود، این چنین نیست که تمام جملاتی که پیامد منطقی مجموعه جملات  $\Gamma$  هستند، از  $\Gamma$  قابل اشتقاق نیز باشند. به این جهت کارنپ در تعریف مفهوم پیامد منطقی از مفهوم قابل اشتقاق بودن در یک نظام استنتاجی استفاده نمی‌کند.<sup>۱</sup> کارنپ تعریف خود را از مفهوم پیامد منطقی به این صورت بیان می‌کند:

**تعریف کارنپ** جمله  $X$  پیامد منطقی مجموعه جملات  $\Gamma$  است اگر و تنها اگر نقیض جمله  $X$  با  $\Gamma$  ناهم‌خوان<sup>۲</sup> باشد (کارنپ، ۱۹۳۷، ۱۱۷).

ذکر این نکته لازم است که معنای ناهم‌خوان بودن از نظر کارنپ همان ناسازگاری، به این معنی که تعدادی از جملات نتوانند با هم صادق باشند، نیست. کارنپ نمی‌خواهد از مفهوم صدق در این تعریف استفاده نماید. از نظر کارنپ تعدادی از جملات ناهم‌خوان هستند اگر مجموعه‌ای که از آن‌ها تشکیل شده است متناقض باشد؛ در غیر این صورت آن‌ها جملاتی هم‌خوان هستند. منظور او از متناقض بودن یک مجموعه از جملات نیز این است که هر جمله‌ای را بتوان از آن مجموعه استنتاج نمود (کارنپ، ۱۹۳۷، ۴۰). با توجه به این نکات، تلاش کارنپ را می‌توان تلاشی در جهت ارائه تعریفی نظریه-برهانی از مفهوم پیامد منطقی دانست. تقریرهای دیگری نیز از تعریف نظریه-برهانی وجود دارد اما به این دلیل که کلیت این تقریرها یکسان بوده و شرح دقیق هر یک تأثیری در نقد تارسکی و ارزیابی نهایی ما ندارد، از بیان آن‌ها خودداری کرده‌ایم.

## ۱-۲. معناشناسی نظریه-برهانی

در این قسمت مناسب است که به تمایز میان تعریف نظریه-برهانی و معناشناسی نظریه-برهانی اشاره‌ای هرچند مختصر داشته باشیم. بر اساس معناشناسی نظریه-برهانی، معنای ثوابت منطقی<sup>۳</sup> توسط قواعد استنتاج و نقشی تعیین می‌شود که این ثوابت در براهین ایفاء می‌کنند.<sup>۴</sup> در حالت کلی می‌توان چنین دیدگاهی را جزئی از دیدگاهی فلسفی دانست که در آن، معنای عبارات زبانی توسط کاربردشان مشخص می‌گردد. ایجاد اصطلاح «معناشناسی نظریه-برهانی» مربوط به دوران اخیر است اما ریشه‌های شکل‌گیری آن به کارهای گنتزن و بیان او از چیستی معنای ثوابت منطقی باز می‌گردد (گنتزن، ۱۹۶۴).<sup>۵</sup> بر اساس دیدگاه گنتزن معنای ثوابت منطقی

<sup>۱</sup> از دیگر دلایل کارنپ در عدم تعریف مفهوم پیامد منطقی بر اساس قابل اشتقاق بودن، عدم امکان استنتاج جملاتی به فرم  $(\forall x)A(x)$  از مجموعه مقدمات  $A(1), A(2), \dots, A(n), \dots$  یا در واقع  $\omega$ -ناتمامیت نظام استنتاجی مورد نظر کارنپ است (کارنپ، ۱۹۳۷، ۱۷۳). در نقد تارسکی به تعریف نظریه-برهانی (۳-۱) به ویژگی  $\omega$ -ناتمامیت پرداخته شده است؛ اما به این دلیل که دیدگاه کارنپ در مورد این مسئله، و به‌طور کلی در مورد مفهوم پیامد منطقی، دارای جزئیات و نکات فنی بسیاری است که بیان آن‌ها خود نیازمند مقدماتی فراوان خواهد بود، در مقاله حاضر از پرداختن به آن‌ها خودداری کرده‌ایم. به‌منظور ملاحظه شرحی دقیق از دیدگاه کارنپ نک. (رویالان، ۲۰۰۹) و (لایتجیب، گروس، ۲۰۲۱).

<sup>۲</sup> incompatible

<sup>۳</sup> logical constant

<sup>۴</sup> گاهی از این دیدگاه با عنوان استنتاج‌گرایی (inferentialist) یاد می‌شود. باین‌حال برخلاف معناشناسی نظریه-برهانی، در دیدگاه استنتاج‌گرایی نقش مفاهیم نظریه-مدلی در تعیین معنای ثوابت منطقی به‌کلی رد نمی‌شود. در واقع علی‌الاصول می‌توان از دیدگاهی با عنوان استنتاج‌گرایی نظریه-مدلی (model-theoretic inferentialism) دفاع کرد. به‌منظور ملاحظه تقریری از چنین دیدگاهی نک. (گارسون، ۲۰۱۳).

<sup>۵</sup> این مقاله ابتدا در سال ۱۹۳۴ و به زبان آلمانی انتشار یافته است. در متن حاضر ارجاع ما به ترجمه انگلیسی آن است.



توسط قواعد معرفی<sup>۱</sup> در نظام استنتاج طبیعی مشخص می‌شود (گنتزن، ۱۹۶۴، ۲۹۵). در مقابل معناشناسی نظریه-برهانی، معناشناسی نظریه-مدلی<sup>۲</sup> یا به بیان کلی‌تر معناشناسی شرایط-صدقی<sup>۳</sup> قرار دارد. بر اساس معناشناسی شرایط-صدقی معنای ثوابت منطقی بر اساس نقشی تعیین می‌شود که در شرایط صدق جملات حاوی آن‌ها ایفاء می‌کنند.

اگرچه به نظر می‌رسد پذیرش رویکرد نظریه-برهانی با معناشناسی نظریه-برهانی در انسجام قرار داشته باشد، نباید این دو دیدگاه مختلف را یکسان دانست یا قبول یکی را لزوماً مستلزم پذیرش دیگری در نظر گرفت. علی‌الاصول می‌توان در مورد مفهوم پیامد منطقی تعریفی نظریه-برهانی اخذ کرد و در عین حال در مورد معنای ثوابت منطقی رویکردی شرایط-صدقی در نظر گرفت. در واقع این دیدگاهی است که فرگه در مفهوم‌نگاشت در نظر داشته است.<sup>۴</sup> با این حال غالباً این دو رویکرد همراه با یکدیگر پذیرفته شده‌اند. به عنوان مثال کارنپ در (کارنپ، ۱۹۳۷)، گنتزن در (گنتزن، ۱۹۶۴)، دامت در (دامت، ۱۹۹۳)، و پراویتز در (پراویتز، ۱۹۶۵؛ ۲۰۰۶) تعریفی نظریه-برهانی از پیامد منطقی پذیرفته و متناظر با آن رویکردی نظریه-برهانی نیز در مورد معنای ثوابت منطقی در نظر دارند. به نظر می‌رسد اخذ توأمان این دیدگاه‌ها در نتیجه پذیرش دیدگاه‌هایی مشخص در ارتباط با متافیزیک منطقی و اخذ موضع معرفت‌شناسانه متناظر با آن باشد. به عنوان مثال، چنانچه مانند دامت مبانی فلسفی شهودگرایانه را پذیرفته باشیم و در نتیجه آن در قبال منطقی موضوعی ناواقع‌گرایانه<sup>۵</sup> داشته باشیم، نه در مورد مفهوم پیامد منطقی می‌توانیم تعریفی نظریه-مدلی داشته باشیم و نه در مورد معنای ثوابت منطقی می‌توانیم تقریری را از معناشناسی شرایط-صدقی بپذیریم. با قبول موضع ناواقع‌گرایانه، دیگر صدق و کذب گزاره‌ها مستقل از ما نبوده و به واسطه وجود برهانی برای یک گزاره یا نقیض آن است که یک گزاره صادق یا کاذب خواهد بود.<sup>۶</sup>

### ۱-۳. تعریف پیامد منطقی و کثرت‌گرایی منطقی

بر اساس رویکرد نظریه-برهانی، جمله X پیامد منطقی مجموعه مقدمات  $\Gamma$  محسوب می‌شود اگر از مجموعه مقدمات  $\Gamma$  برهانی برای X وجود داشته باشد؛ اما هر برهان بر اساس قواعد استنتاجی یک نظام استنتاجی مشخص اقامه می‌شود؛ در نتیجه با پذیرش این رویکرد، پیامد منطقی مجموعه مقدمات  $\Gamma$  در یک نظام استنتاجی مشخص و بر اساس قواعد استنتاج آن نظام X خواهد بود. از این رو هر تقریری از تعریف نظریه-برهانی در صورتی می‌تواند موفق باشد که نظامی استنتاجی معرفی گردد که تمامی پیامدهای شهوداً منطقی مجموعه‌ای از جملات در آن نظام قابل استنتاج باشند؛ اما به نظر می‌رسد لازم است به نوعی برای این نظام‌های استنتاجی محدودیتی در نظر گرفته شود تا تعریف نظریه-برهانی بتواند مفهوم شهودی پیامد منطقی را به خوبی توضیح دهد. بدون افزودن چنین محدودیتی،

<sup>۱</sup> introduction rules

<sup>۲</sup> model-theoretic semantics

<sup>۳</sup> truth-conditional semantics

<sup>۴</sup> نک. (بیل، رستال، ساگی، ۲۰۱۹، §۳،۳).

<sup>۵</sup> anti-realistic

<sup>۶</sup> در مورد معناشناسی ثوابت منطقی رویکردهایی جدیدتر نیز مطرح شده‌اند؛ با این حال هیچ‌کدام از آن‌ها در عرض این دو رویکرد قرار نمی‌گیرند و تنها برای نظام‌هایی خاص ارائه شده‌اند. در مورد معناشناسی نظریه-برهانی و تقریرهای مختلف آن نک. (وانسینگ، ۲۰۰۰) و (شرودر-هایستر، ۲۰۱۸). همچنین برای ملاحظه بحثی در مورد ارتباط این تقریرهای جدید با موضع ناواقع‌گرایی به (تینت، ۲۰۲۰) مراجعه نمایید.

برای هر  $X$  که در نظام منطقی  $D$  پیامد منطقی مجموعه مقدمات  $\Gamma$  باشد، به سادگی می‌توان نظامی استنتاجی ارائه داد که در آن  $X$  دیگر پیامد منطقی مجموعه مقدمات  $\Gamma$  نباشد؛ یا حتی  $\sim X$  پیامد منطقی مجموعه مقدمات  $\Gamma$  باشد. چنین امری در تضاد با درک شهودی ما از مفهوم پیامد منطقی قرار دارد.

به منظور حذف نتیجه نامقبول اخیر، گاهی در ارائه تعریف نظریه-برهانی گفته می‌شود که  $X$  پیامد منطقی مجموعه مقدمات  $\Gamma$  است اگر در یک نظام منطقی درست، برهانی از مجموعه مقدمات  $\Gamma$  برای  $X$  وجود داشته باشد (شپیرو، ۲۰۰۵، ۶۶۱). با این حال افزودن این محدودیت نیز خالی از اشکال نیست. پرسش این است که یک نظام منطقی به چه معنایی درست است؟ در پاسخ، معمولاً یک نظام استنتاجی درست را نظامی می‌دانند که قواعد آن شهوداً قابل قبول باشد و به نتایجی منجر نشود که بر اساس یک استنتاج قیاسی شهوداً معتبر قابل حصول نیست (مک‌کئون، ۲۰۱۰، ۲۳). با این حال به نظر می‌رسد صرف این که قواعد نظام شهوداً قابل قبول به نظر برسد نمی‌تواند معیاری موّجه برای درستی یک نظام استنتاجی باشد. از یک طرف ممکن است قواعد استنتاج در یک نظام منطقی شهوداً قابل قبول به نظر برسد اما آن نظام ناتمام یا حتی ناسازگار باشد. از طرف دیگر تقابل میان نظام‌های مختلف منطقی دقیقاً بر اساس همین مطلب ایجاد شده است که شهود منطق‌دانان مختلف با یکدیگر ناسازگار بوده و به تبع آن نظام‌هایی مختلف از منطق ارائه شده است. بنابراین به نظر می‌رسد اگر معیار درستی یک نظام را شهوداً درست به نظر رسیدن قواعد آن در نظر بگیریم، لازم است موضعی کثرت‌گرایانه در مورد منطق اتخاذ نماییم. بر اساس دیدگاه کثرت‌گرایی منطقی بیش از یک نظام درست منطق وجود دارد (بیل، رستاب، ۲۰۰۶، ۲۵). این نوع از کثرت‌گرایی در واقع موضعی در مورد رابطه پیامد منطقی است که بر اساس آن بیش از یک رابطه پیامد منطقی قابل قبول وجود دارد. از این رو به نظر می‌رسد پذیرش تعریف نظریه-برهانی مستلزم قبول تقریری از کثرت‌گرایی منطقی باشد مگر این که محدودیت مذکور را به گونه‌ای تعیین نماییم که تنها یکی از نظام‌های استنتاجی به‌عنوانی نظامی درست مشخص گردد. با این حال بحث بیشتر در این رابطه خارج از موضوع و اهداف مقاله حاضر است و از این رو بیش از این به آن نمی‌پردازیم.<sup>۱</sup>

## ۲. تارسکی و تعریف مفهوم پیامد منطقی

تارسکی در مقاله در مورد مفهوم پیامد منطقی (تارسکی، ۲۰۰۲) تعریف نظریه-برهانی را نقد کرده و تعریف نظریه-مدلی خود را ارائه می‌نماید. او در این مقاله به تعریف کارنپ نیز اشاره کرده و تعریف خود را با آن مقایسه نموده است (تارسکی، ۲۰۰۲، §۲). از این رو گاهی انتشار این مقاله تارسکی را در واقع پاسخی به کارنپ و تعریف او از مفهوم پیامد منطقی دانسته‌اند (رویلان، ۲۰۰۹، ۱۲۲). در این بخش ابتدا نقد تارسکی را به رویکرد نظریه-برهانی بیان کرده و پس از آن به اختصار به پیشنهاد نظریه-مدلی او اشاره می‌کنیم.

<sup>۱</sup> به منظور ملاحظه بحثی در این رابطه و تقریری از کثرت‌گرایی منطقی بر اساس رویکرد نظریه-برهانی نک. (فراری، اورلندی، ۲۰۲۱).

## ۲-۱. نقد تارسکی به تعریف نظریه-برهانی

پیشرفت علوم قیاسی و به‌طور خاص دانش منطق، این امکان را ایجاد نمود که ریاضیات را به شکل نظام‌هایی قیاسی-صوری ارائه دهیم. در این نظام‌ها، برهان هر قضیه به کاربرد برخی قواعد ساده استنتاج و اصول موضوعه آن نظام تحویل برده می‌شود. از نظر تارسکی همین مسئله باعث شده است که منطق‌دانان به این ایده گرایش پیدا کنند که اساساً مفهوم پیامد منطقی بر اساس همین قواعد استنتاج تعیین می‌شود. تارسکی به چنین تحلیلی از مفهوم پیامد منطقی با عنوان «رویکرد نحوی»<sup>۱</sup> اشاره می‌کند (تارسکی، ۲۰۰۲، ۱۷۶). تارسکی بیان می‌کند که یکی از دلایلی که رویکرد نحوی را تقویت و این گمان را ایجاد می‌کند که چنین تعریفی با مفهوم متداول و شهودی از پیامد منطقی مطابقت دارد، ارائه موفقی مفاهیم و استدلال‌های ریاضی در نظریه‌های قیاسی است. با این حال تارسکی چنین رویکردی را نمی‌پذیرد و استدلال می‌کند که رویکرد نحوی در تعریف پیامد منطقی با مفهوم معمول و رایج از پیامد منطقی مطابق نیست.

تارسکی در استدلال خود ابتدا به‌عنوان مثال به نظام‌هایی استنتاجی اشاره می‌کند که اصطلاحاً  $\omega$ -ناتمام<sup>۲</sup> هستند. یک نظام استنتاجی  $\omega$ -ناتمام است اگر در آن برای یک ویژگی مشخص  $P$ ، جملات  $A_0$ : «برای 0 ویژگی  $P$  برقرار است»،  $A_1$ : «برای 1 ویژگی  $P$  برقرار است»، ... و به‌طور کلی برای هر  $n$  طبیعی تمامی جملات به فرم  $A_n$ : «برای  $n$  ویژگی  $P$  برقرار است» اثبات شوند، اما در آن نظام عبارت  $A$ : «برای هر عدد طبیعی  $n$  ویژگی  $P$  برقرار است» قابل استنتاج نباشد. به‌عنوان مثال فرض کنید در یک نظام استنتاجی  $S$  بتوانیم ثابت کنیم که  $0 \leq 0^2$ ،  $1 \leq 1^2$ ،  $2 \leq 2^2$ ، ... اگر در  $S$  نتوان اثبات کرد که  $\forall n (n \leq n^2)$ ، آن‌گاه  $S$  یک نظام استنتاجی  $\omega$ -ناتمام است.<sup>۳</sup> تارسکی اولین بار در سال ۱۹۳۳ در مقاله‌ای با عنوان «برخی ملاحظات در مورد مفهوم  $\omega$ -سازگاری و  $\omega$ -تمامیت» (تارسکی، ۱۹۵۶ب) به مشکلی اشاره نمود که نظام‌های  $\omega$ -ناتمام برای تعریف نظریه-مدلی ایجاد می‌نماید. او در این مقاله تصریح می‌کند که مفهوم صوری‌شده پیامد منطقی،<sup>۴</sup> یعنی رویکرد نحوی یا تعریف نظریه-برهانی، از مفهوم شهودی پیامد منطقی متفاوت است (تارسکی، ۱۹۵۶ب، ۲۹۵). تارسکی پس از آن در مقاله در مورد مفهوم پیامد منطقی (تارسکی، ۲۰۰۲)، نقد خود را دوباره بیان کرده و پیشنهاد نظریه-مدلی خودش را نیز ارائه نموده است.<sup>۵</sup>

بر اساس نظر تارسکی در شرایطی که تمامی جملات به فرم  $A_n$ : «برای  $n$  ویژگی  $P$  برقرار است» اثبات شوند، شهوداً می‌توانیم نتیجه بگیریم: «برای هر عدد طبیعی  $n$  ویژگی  $P$  برقرار است». در واقع این عبارت شهوداً پیامد منطقی آن مقدمات است؛ اما به این

<sup>۱</sup> syntactic approach

<sup>۲</sup>  $\omega$ -incomplete

<sup>۳</sup> تارسکی در (تارسکی، ۱۹۵۶ب) موردی از چنین نظام استنتاجی ارائه کرده است. بیان موردی مشخص از چنین نظامی و اثبات  $\omega$ -ناتمام بودن آن نیازمند مقدمات و ارائه مباحثی مفصل است که تأثیری در ارائه نقد تارسکی و روند مقاله حاضر ندارد. از این‌رو از بیان موردی از نظام‌های  $\omega$ -ناتمام خودداری کرده‌ایم.

<sup>۴</sup> formalized concept of consequence

<sup>۵</sup> پیش از تارسکی، گودل در مقاله ۱۹۳۱ خود (گودل، ۱۹۸۶) در جهت اثبات قضیه اول ناتمامیت از مفهوم  $\omega$ -سازگاری و  $\omega$ -تمامیت استفاده کرده است. با این حال تارسکی در ابتدای مقاله (تارسکی، ۱۹۵۶ب) تذکر می‌دهد که او پیش از گودل، در یک سخنرانی در سال ۱۹۲۷ به اهمیت این دو مفهوم اشاره کرده؛ هر چند که عنوانی برای آن‌ها در نظر نگرفته است (تارسکی، ۱۹۵۶ب، ۲۷۹).

دلیل که نظام‌هایی وجود دارند، و در واقع اغلب نظام‌های استنتاجی معمول این چنین هستند، که  $(\omega)$ -ناتمام بوده و چنین نتیجه‌ای در آن‌ها قابل استنتاج نیست، می‌توانیم چنین نتیجه بگیریم که قبول رویکرد نظریه-برهانی نسبت به مفهوم پیامد منطقی دست‌کم در مواردی نمی‌تواند مواردی شهودی از پیامدهای منطقی را مشخص نماید. نتیجه این که رویکرد نظریه-برهانی متفاوت از مفهوم شهودی و متداول از پیامد منطقی است.

ممکن است به نظر برسد می‌توان قواعدی جدید به نظام استنتاجی اضافه کرد تا بر اساس آن برای عباراتی مانند مورد اخیر نیز برهانی ارائه کرد. به طور خاص<sup>۱</sup> با افزایش قاعده استقراء نامتناهی،<sup>۱</sup> یا اصطلاحاً قاعده  $(\omega)$ ، به نظام استنتاجی مورد نظر می‌توان برای مورد اخیر نیز برهانی ارائه نمود. بر اساس قاعده  $\omega$  هرگاه در یک نظام استنتاجی  $S$  تمامی جملات  $A_0, A_1, A_2, \dots, A_n$  اثبات شوند، می‌توان جمله  $A$  را در آن نظام از این مقدمات نتیجه گرفت. باین حال در عمل هیچ‌گاه نمی‌توان در یک نظام استنتاجی بی‌نهایت جمله را اثبات نمود و از این رو شاید افزودن چنین قاعده‌ای مفید به نظر نرسد. به منظور رفع این نقص، می‌توان جمله‌ای مانند  $B$  را با این مضمون در نظر گرفت که تمامی جملات  $A_0, A_1, A_2, \dots, A_n$  در آن نظام استنتاجی قابل اثبات (و نه در واقع اثبات شده) هستند. شهوداً از  $B$  می‌توان جمله  $A$  را نتیجه گرفت اما بر اساس قواعد استنتاج نظام صوری چنین نتیجه‌ای قابل اثبات نیست. اکنون به جای قاعده  $(\omega)$  این قاعده را به نظام استنتاجی اضافه می‌کنیم که «هرگاه جمله  $B$  در نظام استنتاجی اثبات شود، می‌توانیم نتیجه بگیریم  $A$ ». در این حالت می‌توان ادعا نمود که در نظامی استنتاجی که این قاعده در آن به کار رفته است می‌توان از جمله  $B$  پیامد شهوداً منطقی آن، یعنی  $A$ ، را استنتاج نمود؛ اما مشکل این قاعده جایگزین این است که جمله  $B$  نه درون نظام استنتاجی، بلکه در مورد آن نظام و در واقع مربوط به فرانظریه<sup>۲</sup> است. بنابراین اساساً جمله  $B$  در نظام استنتاجی قابل بیان نیست. تارسکی برای پرهیز از این مشکل، مطلب را تنها به نظام‌هایی محدود می‌کند که مفاهیم فرانظریه‌ای آن نظام، قابل ترجمه به مفاهیم آن نظام، و در نتیجه قابل بیان در آن نظام استنتاجی، هستند. در این حالت می‌توان جمله  $B$  را با جمله‌ای مانند  $C$  جایگزین نمود که در واقع ترجمه  $B$  و قابل بیان درون خود نظام استنتاجی است (تارسکی، ۱۹۳۶، ۱۸۰). در نهایت با رعایت این موارد می‌توانیم به قاعده‌ای دست یابیم که همانند دیگر قواعد معمول در نظام‌های استنتاجی است و به کارگیری آن، مشکل مطرح شده در مورد نظام‌های  $(\omega)$ -ناتمام برطرف خواهد شد. در حالت کلی می‌توان برای هر جمله‌ای مانند  $A$  که شهوداً پیامدی منطقی محسوب شود اما در نظام استنتاجی قابل اثبات نباشد، روندی مانند مورد اخیر را طی نمود و به قواعدی جدید دست پیدا کرد. این طور به نظر می‌رسد که با افزایش این قواعد به نظام استنتاجی، عملاً می‌توان تمامی جملاتی را که شهوداً پیامدی منطقی مجموعه‌ای از جملات هستند اثبات نمود؛ و در نتیجه از این طریق نقص مذکور تعریف نظریه-برهانی را برطرف نمود.

باین حال تارسکی با استناد به قضیه اول ناتمامیت گودل بیان می‌کند که افزودن هر تعداد از قواعد استنتاج به نظام‌های استنتاجی نیز نمی‌تواند نقص این نظام‌ها را در عدم توانایی اثبات تمامی جملاتی که شهوداً پیامد منطقی مجموعه‌ای از جملات هستند برطرف

<sup>۱</sup> infinite induction

<sup>۲</sup> metatheory

نماید. بر اساس قضیهٔ اول ناتمامیت گودل به هر میزان هم که قواعد استنتاجی نظام مذکور را افزایش دهیم، همچنان می‌توان جملاتی ساخت که شهوداً پیامد منطقی مجموعه‌ای از جملات محسوب می‌شود اما بر اساس قواعد استنتاج آن نظام قابل اثبات نیست (تارسکی، ۲۰۰۲، ۱۸۱). تارسکی در نهایت نتیجه می‌گیرد که تعریف پیامد منطقی بر اساس قواعد نظام استنتاجی چیزی متفاوت از مفهومی است که در استفاده معمول از این مفهوم در نظر داریم. او به منظور دستیابی به مفهومی دقیق و مطابق با استفاده معمول از مفهوم پیامد منطقی، رویکردی معناشناسانه برمی‌گزیند.

در انتهای این قسمت لازم است به یک نکتهٔ مهم اشاره نماییم. همان‌طور که در بخش ۲-۲ بیان شد، دلیل کارنپ برای عدم استفاده از مفهوم قابل اشتقاق بودن در تعریف خود، و به جای آن استفاده از مفهوم ناهم‌خوان بودن، قضیهٔ اول ناتمامیت گودل و نتایجی است که از آن به دست می‌آید؛ اما نقد تارسکی به تعریف نظریه-برهانی، و از جمله تعریف کارنپ، بر اساس همین قضیهٔ اول ناتمامیت گودل مطرح شده است. با این وصف، این پرسش مطرح می‌شود که چرا تعریف کارنپ را تعریفی نظریه-برهانی می‌دانیم در حالی که بنابر تصریح خود، قضیهٔ اول ناتمامیت عدم امکان ارائهٔ چنین تعریفی را نشان می‌دهد؟ به منظور پاسخ به این پرسش لازم است ابتدا به این نکته توجه نماییم که کارنپ تعریف خود را تعریفی نظریه-برهانی نمی‌داند زیرا اساساً تفکیک میان تعریف نظریه-برهانی و نظریه-مدلی مربوط به ارائهٔ نظریهٔ مدل توسط تارسکی، و به‌طور مشخص نقدی است که او در مقالهٔ ۱۹۳۶ ارائه می‌نماید. بر اساس تفکیک میان نظریهٔ مدل و نظریهٔ برهان، تعریف کارنپ تعریفی نظریه-برهانی است زیرا مفهوم ناهم‌خوان بودن و تناقض را در نهایت بر اساس استدلال، و نه مفاهیمی نظریه-مدلی، توضیح می‌دهد؛ اما جدای از این مطلب، همان‌طور که ملاحظه شد، تلاش کارنپ این است که در ارائهٔ تعریف پیامد منطقی خود را محدود به یک نظام استنتاجی مشخص نماید زیرا می‌داند که در چنین حالتی قضیهٔ اول ناتمامیت گودل نادرستی تعریفش را نشان خواهد داد. از این‌رو در تعریف خود از مفاهیمی خارج از نظام استنتاجی استفاده می‌کند. در واقع برخلاف ادعای اولیه کارنپ، تعریف کارنپ تعریفی کاملاً نحوی نیست بلکه در واقع ترکیبی از مفاهیم کاملاً نحوی و مفاهیمی، به زعم کارنپ، شهودی است. استفادهٔ کارنپ از این مفاهیم شهودی در واقع به این معنی است که در تعریف او به‌طور ضمنی از مفاهیم معناشناسانه استفاده شده است. با توجه به این مطلب، نقد تارسکی به تعریف کارنپ این است که اگر مفاهیم به کاررفته در این تعریف همچنان مفاهیمی کاملاً نحوی هستند، مشکل ناشی از قضیهٔ اول ناتمامیت گودل به قوت خود باقی است؛ و اگر این مفاهیم مفاهیمی معناشناسانه هستند، به این دلیل که کارنپ برای زبان صوری مورد نظر خود نظریهٔ معناشناسی مستقلی ارائه نداده است، تعریف او نمی‌تواند هدف اصلی از ارائهٔ تعریف مفهوم شهودی پیامد منطقی را، که همان ارائهٔ تعریفی مناسب برای نظام‌های استنتاجی کاملاً صوری است، حاصل نماید. بنابراین کارنپ در تعریف خود نتوانسته است مشکل ناشی از پذیرش قضایای ناتمامیت گودل را کاملاً حل نماید و از این‌رو نقد تارسکی به تعریف او نیز وارد است.

## ۲-۲. تعریف نظریه-مدلی تارسکی

در بخش قبل دیدیم که تارسکی تعریف نظریه-برهانی را نمی‌پذیرد. پیشنهاد او استفاده از رویکردی معناشناسانه، و به بیان دیگر رویکردی نظریه-مدلی، است. از نظر تارسکی بر اساس درک شهودی از مفهوم پیامد منطقی چنان‌چه جمله  $X$  پیامد منطقی مجموعه

جملات  $\Gamma$  باشد، نمی‌تواند تمامی جملات  $\Gamma$  صادق، و در عین حال  $X$  کاذب باشد. به بیان تارسکی، درک شهودی از پیامد منطقی دارای ویژگی‌های صوری بودن و پیشینی بودن است. این ویژگی‌ها در واقع شرایط کفایت مادی<sup>۱</sup> هر تعریفی از این مفهوم هستند (تارسکی، ۲۰۰۲، ۱۸۳).<sup>۲</sup> تارسکی ابتدا شرط زیر را (به بیان تارسکی شرط  $F$ ) به‌عنوان شرطی لازم برای هر تعریفی از مفهوم پیامد منطقی ارائه می‌دهد:

**شرط F** جمله  $X$  پیامد منطقی مجموعه جملات  $\Gamma$  است اگر با جایگزینی تمامی ثوابت غیرمنطقی  $\Gamma$  و  $X$  با دیگر ثوابت دلخواه به‌طور یکدست<sup>۳</sup>، و از این طریق دستیابی به مجموعه جملات  $\Gamma'$  و جمله  $X'$ ، اگر تنها تمامی جملات  $\Gamma'$  صادق باشند،  $X'$  نیز صادق باشد.

شرط  $F$  در واقع به این معنا است که یک استدلال هنگامی منطقاً معتبر است که در هر استدلال دیگری با همان صورت منطقی اگر مقدمات صادق باشند، نتیجه نیز صادق باشد. با برقراری این شرط، کفایت مادی تعریف نیز برقرار است زیرا اولاً بر اساس شرط  $F$  برقراری رابطه پیامد منطقی به عوامل غیرمنطقی مربوط نبوده و تنها به صورت منطقی استدلال بستگی دارد؛ ثانیاً برقراری رابطه پیامد منطقی وابسته به معرفت ما نسبت به جهان خارج و ارزش صدق موارد مشخصی از جملات نبوده، و از این‌رو پیشینی است.<sup>۴</sup> با این حال تارسکی معتقد است که شرط  $F$  تنها یک شرط لازم برای تعریف مفهوم پیامد منطقی است و نمی‌تواند به‌عنوان شرطی کافی، و در واقع تعریفی درست از مفهوم شهودی پیامد منطقی، در نظر گرفته شود. دلیل این ادعای تارسکی این است که ممکن است زبان نظام استنتاجی اساساً فاقد ثوابتی کافی برای ارجاع به تمامی هویات ممکن<sup>۵</sup> باشد. در این حالت ممکن است به دلیل عدم وجود ثوابتی کافی برای ارجاع به تمامی اشیاء، شرط  $F$  برای یک استدلال محقق شود درحالی‌که نتیجه آن استدلال پیامد منطقی مقدماتش نباشد.<sup>۶</sup>

به‌عنوان مثال فرض کنید در زبان صوری یک نظام استنتاجی واژگانی تنها برای اشاره به فلزات وجود داشته باشد. بر اساس شرط  $F$ ، در این نظام از این مقدمه که «وجود دارد شیئی که کروی است» منطقاً می‌توان نتیجه گرفت «وجود دارد شیئی که رسانا است»؛ زیرا در هر جایگزینی از ثوابت غیرمنطقی تنها می‌توان از واژگانی استفاده کرد که در واقع مربوط به فلزات هستند و در نتیجه (با این فرض که همه فلزات رسانا هستند) هیچ‌گاه نمی‌توان به  $\Gamma'$  و  $X'$  به‌گونه‌ای دست پیدا کرد که تمامی جملات  $\Gamma'$  صادق باشند و  $X'$  کاذب باشد. در واقع در این حالت، شرط  $F$  برقرار است؛ اما شهوداً رابطه پیامد منطقی میان نتیجه و مقدمات برقرار نیست. بنابراین شرط  $F$  تنها در صورتی می‌تواند شرط کافی تعریف پیامد منطقی محسوب گردد که فرض شود در زبان صوری می‌توان به‌نحوی به تمامی اشیاء ممکن ارجاع داد. در این حالت از آنجایی که علی‌الاصول شیئی می‌تواند وجود داشته باشد که فلزی، و در نتیجه رسانا، نباشد

<sup>۱</sup> material adequacy

<sup>۲</sup> به‌نظر می‌رسد شرایط کفایت مادی در تعریف کارنپ رعایت نشده است و این خود می‌تواند به‌عنوان نقدی بر دیدگاه او در نظر گرفته شود.

<sup>۳</sup> equiform

<sup>۴</sup> به‌منظور ملاحظه شرحی مفصل در این رابطه نک. (مک‌کنون، ۲۰۱۰، §۲).

<sup>۵</sup> possible objects

<sup>۶</sup> باید توجه داشت که به بیان امروزی این نظام استنتاجی تنها دارای زبان صوری و دستگاه استنتاجی است و این چنین نیست که در یک نظریه معنائشناسی مستقل برای اجزاء این زبان صوری معنی مشخصی در نظر بگیریم. درواقع اساساً راه‌حل تارسکی برای این مشکل استفاده از نظریه معنائشناسی است.

و در زبان صوری نیز واژگانی برای ارجاع به چنین شیئی در اختیار داریم، دست کم برای یک  $\Gamma'$  و  $X'$ ،  $\Gamma'$  صادق ولی  $X'$  کاذب بوده و دیگر استدلال اخیر معتبر نخواهد بود؛ اما تحقق چنین چیزی در یک زبان صوری غیرممکن است. بنابراین شرط  $F$  را نمی‌توان تعریفی قابل قبول از پیامد منطقی در نظر گرفت.

بنابر نظر تارسکی با استفاده از ابزاری که نظریه معاشناسی در اختیار ما قرار می‌دهد، می‌توان بر این نقص فائق آمد (تارسکی، ۲۰۰۲، ۱۸۵). یکی از مفاهیم مهم در نظریه معاشناسی تصدیق یک تابع جمله‌ای<sup>۱</sup> توسط اشیاء دامنه است. مفهوم مدل نیز مفهومی است که با استفاده از مفهوم تصدیق شدن تعریف می‌شود. اگر در زبان صوری برای هر ثابت غیرمنطقی<sup>۲</sup>، نمادی متغیری<sup>۳</sup> وجود داشته باشد، آن‌گاه با جایگزینی تمام ثوابت غیرمنطقی یک جمله با این نمادهای متغیری، به یک تابع جمله‌ای دست پیدا می‌کنیم. با انجام این کار در مورد تمامی جملات  $\Gamma$ ،  $\Gamma'$  به دست می‌آید. حال اگر یک مدل را سلسله‌ای از اشیاء در نظر بگیریم که هر یک از توابع جمله‌ای  $\Gamma'$  را تصدیق می‌کند، می‌توان مفهوم پیامد منطقی را این چنین تعریف نمود:

**تعریف نظریه-مدلی تارسکی** جمله  $X$  پیامد منطقی مجموعه جملات  $\Gamma$  است اگر و تنها اگر هر مدل برای  $\Gamma$  در عین حال مدلی برای  $X$  باشد.

مشکل مطرح شده در مورد شرط  $F$  دیگر برای این تعریف برقرار نیست زیرا در دامنه اشیائی غیرفلزی نیز وجود دارند و در نتیجه مدلی برای  $\Gamma$  وجود دارد که دیگر مدلی برای  $X$  نیست. از نظر تارسکی در این تعریف شرط  $F$  برقرار بوده، و در نتیجه شرایط کفایت مادی نیز برقرار است (تارسکی، ۲۰۰۲، ۱۸۶-۱۸۷). در ادامه ارتباط این تعریف را با تعریف کارنپ بررسی کرده‌ایم.

## ۲-۳. ارتباط تعریف نظریه-مدلی تارسکی با تعریف نظریه-برهانی کارنپ

در این بخش مناسب است به ارتباط میان تحلیل نظریه-برهانی کارنپ و تحلیل نظریه-مدلی تارسکی اشاره گردد. همان‌طور که در بخش ۲-۲ ملاحظه شد، تعریف نظریه-برهانی کارنپ از مفهوم پیامد منطقی بر اساس مفهوم تناقض ارائه شده است. تارسکی خود به این تعریف اشاره کرده و تلاش کارنپ را اولین تلاش در جهت صوری‌ساختن مفهوم پیامد منطقی دانسته است (تارسکی، ۲۰۰۲، ۱۸۲). تعریف کارنپ بر اساس مفاهیم نظریه-مدلی ارائه نشده است؛ با این حال چنانچه مفاهیمی مانند تناقض، تحلیلی بودن و نقیض را با استفاده از مفاهیم موجود در نظریه مدل تبیین نماییم، آن‌گاه تعریف کارنپ به تعریف نظریه-مدلی از مفهوم پیامد منطقی مبدل خواهد شد. به بیان دیگر، اگر درک شهودی کارنپ از مفاهیم به کار رفته در تحلیل خود را در چارچوب نظریه مدل صوری‌سازی نماییم، تحلیل او بیان دیگری از تحلیل تارسکی خواهد بود. همان‌طور که تارسکی خود نیز متذکر می‌شود، اگر  $\Gamma$  را هنگامی متناقض بدانیم که هیچ مدلی نداشته باشد، و هنگامی تحلیلی بدانیم که هر مجموعه‌ای از اشیاء مدلی برای آن باشند، و همچنین فرض کنیم که برای هر جمله  $X$ ، در آن زبان صوری نقیض آن یعنی جمله‌ای مثل  $Y$  وجود دارد به گونه‌ای که تنها هر مجموعه‌ای از اشیاء که مدلی برای

<sup>۱</sup> satisfaction of a sentential function

<sup>۲</sup> extra-logical

<sup>۳</sup> variable symbol

$X$  نیست، مدلی برای  $Y$  باشد، آن‌گاه تعریف کارنپ در واقع معادل تعریف تارسکی خواهد بود. زیرا از یک طرف اگر جمله  $X$  پیامد منطقی مجموعه جملات  $\Gamma$  باشد، طبق تعریف تارسکی هر مدلی برای  $\Gamma$  مدلی برای  $X$ ، و نه نقیض  $X$ ، است، و در نتیجه هیچ مدلی برای  $\{X, \sim X\}$  وجود ندارد. با توجه به معنایی که برای تناقض در نظر گرفتیم، مطلب اخیر به این معنا است که  $\{X, \sim X\}$  متناقض است. از طرف دیگر اگر  $\Gamma$  متناقض نباشد و مدل داشته باشد، و طبق تعریف کارنپ  $\{X, \sim X\}$  متناقض باشد، آن‌گاه هیچ مدلی برای  $\Gamma$  مدلی برای  $\sim X$  نخواهد بود، و در نتیجه هر مدل  $\Gamma$  مدلی برای  $X$  خواهد بود. همچنین اگر مجموعه مقدمات  $\Gamma$  متناقض باشد، تعریف تارسکی به انتفاء مقدم برقرار خواهد بود و  $\{X, \sim X\}$  نیز متناقض بوده و تعریف کارنپ نیز برقرار خواهد بود. بنابراین نتیجه می‌شود که در این شرایط تعریف کارنپ و تارسکی با یکدیگر معادل‌اند.

### ۳. ارزیابی نقد تارسکی

در بخش‌های قبل تلاش کردیم تا رویکرد نظریه-برهانی و نقد تارسکی به آن را با دقت بیان کرده و به پیشنهاد نظریه-مدلی تارسکی نیز اشاره نماییم. در این بخش ابتدا به ارزیابی نقد تارسکی پرداخته و پس از آن تلاش می‌کنیم به این پرسش پاسخ دهیم که پذیرش هر کدام از این دو رویکرد رقیب و ارائه آن در نظام‌های مختلف استنتاجی بر چه مبنایی صورت می‌گیرد؟

مسئله اصلی در تعریف مفهوم پیامد منطقی ارائه تعریفی دقیق از این مفهوم است به گونه‌ای که مبتنی بر درک شهودی ما را از آن بوده و در نظام‌های استنتاجی قابل کاربرد باشد. بر اساس تعریف نظریه-برهانی، جمله  $X$  پیامد منطقی مجموعه مقدمات  $\Gamma$  است اگر از  $\Gamma$  برهانی برای  $X$  وجود داشته باشد. هر تقریری از رویکرد نظریه-برهانی در صورتی می‌تواند موفق باشد که نظامی استنتاجی معرفی گردد که تمامی جملاتی که شهوداً پیامد منطقی مجموعه‌ای از جملات هستند در آن نظام قابل استنتاج نیز باشند. گذشت که نقد تارسکی به این تعریف مبتنی بر پذیرش قضیه اول ناتمامیت گودل و حاکی از این مطلب بود که در هر نظام استنتاجی به اندازه کافی قوی، جملاتی قابل بیان وجود دارند که شهوداً پیامد منطقی مجموعه‌ای از مقدمات محسوب می‌شوند اما در آن نظام صوری قابل اثبات نیستند؛ در واقع علی‌الاصول نمی‌توان نظامی استنتاجی داشت که همه پیامدهای منطقی مجموعه‌ای از جملات در آن قابل اثبات باشد و بنابراین رویکرد نظریه-برهانی در تعریف مفهوم پیامد منطقی موفق نیست.

با توجه به مقبولیت گسترده درستی قضایای ناتمامیت گودل، و کاربردی از این قضایا که تارسکی در نقد خود در نظر دارد، به نظر می‌رسد نقد تارسکی به تعریف نظریه-برهانی قابل قبول است. پس از انتشار نقد تارسکی، تعریف نظریه-مدلی رفته‌رفته به رویکرد غالب در تعریف مفهوم پیامد منطقی تبدیل شد. تاجایی که حتی کارنپ در مقدمه‌ای بر *نظریه معنائشناسی* (کارنپ، ۱۹۴۸) به تأثیر و نقش مهم تارسکی در پرداختن به نظریه معنائشناسی و لزوم همراهی آن با نظریه برهان تصریح می‌کند. او در ابتدای این کتاب مفهوم پیامد منطقی را مفهومی معنائشناسانه می‌داند (کارنپ، ۱۹۴۸، ۱۰) و در مورد برخی از مفاهیم نحوی به کار رفته در *نحو منطقی زبان* تجدیدنظر می‌نماید (کارنپ، ۱۹۴۸، پیوست ۳).<sup>۱</sup> ما در مطالعات و بررسی‌هایی که در پژوهش حاضر داشتیم به موضعی مشخص بر نخوردیم که

<sup>۱</sup> ما در این کتاب و دیگر آثار مرتبط کارنپ تصریحی مشخص مبنی بر نادرستی تعریف نظریه-برهانی، و به‌جای آن اخذ تعریفی نظریه-مدلی نیافتیم. با این حال محتوای این آثار حاکی از آن است که کارنپ تعریف نظریه-مدلی را پذیرفته است.



اعتبار نقد تارسکی را مخدوش دانسته و آن را نپذیرفته باشد. در اکثر کتاب‌های آموزشی منطق نیز در بیان چپستی مفهوم پیامد منطقی از تعریف نظریه-مدلی استفاده شده که این امر را می‌توان نشانه‌ای از پذیرش چنین تعریفی دانست. در واقع به نظر می‌رسد به این دلیل که بر اساس پذیرش نقد تارسکی تعریف نظریه-مدلی نسبت به تعریف نظریه-برهانی ارجح خواهد بود، در ارائه نظام‌های مختلف استنتاجی نیز غالباً از رویکرد نظریه-مدلی استفاده شده است. با این حال طرح این پرسش موجه به نظر می‌رسد که اگر نقد تارسکی به کلیت رویکرد نظریه-برهانی و نه فقط یک بیان خاص از آن وارد است، تقریرهای جدیدتر تعریف نظریه-برهانی، مانند تقریر پراویتز (۱۹۶۵) یا تقریر دامت (۱۹۹۳)، بر چه اساسی مطرح شده‌اند؟

در پاسخ به این پرسش ابتدا لازم است به این نکته مهم توجه شود که نباید میان ارائه تعریف مفهوم شهودی پیامد منطقی به وسیله ابزارهایی که منطق ریاضی در اختیار ما قرار می‌دهد، و ارائه تعریفی از این مفهوم به منظور کارایی در یک نظام استنتاجی خاص خلط کرد. در مورد امر اول، معیار درستی تعریف ارائه شده همان درک شهودی ما از مفهوم پیامد منطقی و ویژگی‌هایی است که بر اساس چنین درکی به رابطه پیامد منطقی نسبت داده می‌شود. مباحثی که در بخش‌های قبلی این مقاله در مورد تعریف مفهوم پیامد منطقی مطرح شده‌اند همگی در مورد همین مطلب بوده و نقد تارسکی نیز با در نظر داشتن چنین هدفی، به تعریف نظریه-برهانی وارد است؛ اما در مورد امر دوم هدف از ارائه تعریف مفهوم پیامد منطقی، جنبه‌های کاربردی آن در یک نظام استنتاجی خاص است. در این حالت دیگر ادعا این نیست که آن تعریف همه جنبه‌های درک شهودی از پیامد منطقی را در خود دارد. به بیان دیگر، ارائه تقریری از تعریف نظریه-برهانی برای یک نظام استنتاجی مشخص، این ادعا را در خود ندارد که در این نظام می‌توان برای تمامی پیامدهای شهوداً منطقی مجموعه‌ای از مقدمات برهانی ارائه داد. بنابراین در این حالت دیگر نمی‌توان با اتکاء بر نقد تارسکی، تعریف نظریه-برهانی را برای آن نظام نامقبول دانست زیرا در این حالت اصلاً قرار نیست همه جملاتی که شهوداً پیامد منطقی محسوب می‌شوند، بر اساس آن تعریف نیز پیامدی منطقی دانسته شوند. بنابراین از صرف اعتبار نقد تارسکی این نتیجه حاصل نمی‌شود که هر تقریری از تعریف نظریه-برهانی ناموجه، و در نتیجه نامقبول است. از این رو نمی‌توان بر این اساس تقریرهای جدیدتر تعریف نظریه-برهانی را ناموجه و نامقبول دانست.

با این حال علی‌رغم توفیق چشم‌گیر تعریف تارسکی از مفهوم پیامد منطقی، انتقاداتی جدی به رویکرد نظریه-مدلی او وارد شده است. بر اساس این انتقادات که عمدتاً از جانب اچمندی (اچمندی، ۱۹۹۰؛ ۲۰۰۸) مطرح شده است، تعریف تارسکی بر اساس خلط میان نشانه و علت اعتبار یک استدلال ارائه شده است. بر اساس درک شهودی از مفهوم پیامد منطقی، اگر استدلالی معتبر باشد، به واسطه صدق مقدماتش، نتیجه‌ای صادق خواهد داشت. به این معنی که اعتبار یک استدلال در واقع علت صدق نگه‌دار بودن آن استدلال دانسته می‌شود؛ اما در تعریف تارسکی مفهوم پیامد منطقی، و در نتیجه معنای اعتبار استدلال، توسط نشانه آن، یعنی صدق نگه‌دار بودن، ارائه شده است. پیامد چنین تعریفی این نتیجه نامقبول است که تردید در مورد صدق نتیجه استدلالی که شهوداً آن را معتبر می‌دانیم و مقدماتی صادق دارد، به تردید در مورد اعتبار آن مبدل خواهد شد (اچمندی، ۲۰۰۸، ۲۶۷). اچمندی همچنین معتقد است که ضعف دیگر تعریف تارسکی این است که هیچ روشی وجود ندارد که بر اساس آن نشان دهیم تعریف تارسکی منجر به این نتیجه نامقبول نمی‌شود که استدلالی شهوداً نامعتبر را معتبر ارزیابی نماییم (اچمندی، ۲۰۰۸، ۲۷۴). به بیان دیگر، معیاری در اختیار نداریم که

بتوانیم بر اساس آن درستی تعریف تارسکی را ارزیابی نماییم. در صورتی که نقدهای اچمندی پذیرفته شوند، دیگر این چنین نیست که تعریف پیشنهادی تارسکی نسبت به تعریف نظریه-برهانی برتری داشته باشد.<sup>۱</sup>

اگر هم نقد تارسکی به رویکرد نظریه-برهانی را معتبر بدانیم و هم انتقادات اچمندی به رویکرد تارسکی را بپذیریم، دیگر هیچ کدام از تعریف‌های نظریه-برهانی و نظریه-مدلی را نمی‌توان تعریفی دقیق از مفهوم شهودی پیامد منطقی دانست. از این رو در این شرایط دیگر اتخاذ هیچ کدام از آن‌ها نسبت به دیگری دارای ارجحیت نیست. در این حالت ممکن است این پرسش مطرح شود که بر اساس چه دلیلی می‌توان در ارائه مفهوم پیامد منطقی در یک نظام استنتاجی مشخص از یکی از این دو تعریف استفاده نمود؟ در پاسخ ابتدا تذکر می‌دهیم که در منطق‌هایی مانند منطق کلاسیک مرتبه اول هر دو رویکرد نظریه-مدلی و نظریه-برهانی در تعریف مفهوم پیامد منطقی قابل استفاده هستند. در این نظام استنتاجی (و بسیاری از دیگر نظام‌ها) به دلیل اثبات فراقضایای صحت<sup>۲</sup> و تمامیت،<sup>۳</sup> اخذ هر یک از این دو رویکرد متمایز در نتایج حاصل از ارزیابی اعتبار استدلال‌ها تغییری ایجاد نخواهد نمود. در واقع در چنین نظامی جدای از این که در تعریف مفهوم پیامد منطقی رویکردی نظریه-برهانی اتخاذ گردد یا نظریه-مدلی، مجموعه مصادیق یکسانی برای مفهوم پیامد منطقی مشخص می‌گردد؛ اما این که یک نظام استنتاجی مشخص را بر اساس کدام یک از این دو رویکرد رقیب ارائه نماییم به عواملی مختلف وابسته است. ما در این اینجا دو مورد از دلایل چنین انتخابی را ذکر می‌نماییم. دلیل اول این که در حالت کلی اخذ موضعی خاص در قبال یک مسئله مشخص به هیچ وجه مستقل و منفک از دیگر دیدگاه‌های فلسفی شخص در مورد سایر مسائل نیست. در این مورد نیز، همان طور که در بخش ۲-۲ بیان شد، قبول تعریف نظریه-برهانی یا نظریه-مدلی در ارتباط با رویکردهایی مبنایی است که مربوط به مسائلی متفاوتی یا معرفت‌شناختی هستند. تعریف نظریه-مدلی غالباً از جانب واقع‌گرایان پذیرفته شده است زیرا در این حالت ارزش صدق گزاره‌ها وابسته به فاعل شناسا نبوده، و از این رو می‌توان از صدق یک جمله در یک مدل، جدای از معرفت ما به آن صحبت نمود؛ اما چنان چه فرد موضعی ناواقع‌گرایانه را پذیرفته باشد، به عنوان مثال مانند موضع شهودگرایانه نسبت به ریاضیات و منطق، آن‌گاه طبیعی است که در ارائه نظام استنتاجی مورد نظر خود تعریفی نظریه-برهانی نیز اتخاذ نماید (بیل، رستال، ساگی، ۲۰۱۹، §۳). دلیل دوم این که گاهی ممکن است اساساً ارائه تعریفی خاص برای یک نظام استنتاجی مشخص ممکن نباشد. به عنوان مثال ادعا شده است که برخی نظام‌ها مانند منطق درجه دوم کامل<sup>۴</sup> یا منطق سور هنکین<sup>۵</sup> اساساً قابلیت اصل موضوعی شدن ندارند و طبیعتاً لازم است در ارائه تعریف پیامد منطقی برای چنین نظامی از رویکرد نظریه-مدلی استفاده کرد (کراینیک، لاکلان، ۱۹۷۹؛ ساندهلْم، ۲۰۰۶، ۲۴۴). در نظام‌های مختلف استنتاجی و بنابر اهداف مختلفی که ممکن است در این نظام‌ها از ارائه تعریفی از مفهوم

<sup>۱</sup> در مقاله حاضر مجال نیست این انتقادات را با دقت بیان و ارزیابی نماییم. باین حال نگارندگان در جایی دیگر به تفصیل به این انتقادات پرداخته و با اچمندی همراهی هستند که تعریف تارسکی با درک شهودی از مفهوم پیامد منطقی معادل نیست. بحث مفصل این مطلب را در (علایی نژاد، حاج‌حسینی، ۲۰۲۱) ملاحظه فرمایید.

<sup>۲</sup> soundness

<sup>۳</sup> completeness

<sup>۴</sup> full second order logic

<sup>۵</sup> Henkin-quantifier

پیامد منطقی داشته باشیم، می‌توانیم در صورت امکان، تعریفی نظریه-برهانی یا نظریه-مدلی را در انسجام با دیگر مواضع متافیزیکی و معرفت‌شناختی خود ارائه دهیم.

## نتیجه‌گیری

در این مقاله با بیان رویکرد نظریه-برهانی از مفهوم پیامد منطقی و ارائه نقد تارسکی به آن، تلاش کردیم تا جوانب مختلف این نقد را بررسی نماییم و دلایلی را مشخص کنیم که بر اساس آن در نظام‌های استنتاجی مختلف تعریفی نظریه-برهانی یا نظریه-مدلی ارائه می‌گردد. مشخص شد که نقد تارسکی موجه و قابل قبول است؛ اما به این دلیل که نقدهایی جدی نیز در مورد تعریف تارسکی مطرح شده، نمی‌توان ادعا نمود که تعریف نظریه-مدلی نسبت به تعریف نظریه-برهانی برتری دارد. به نظر می‌رسد هیچ کدام از این دو رویکرد نمی‌توانند مفهوم شهودی از پیامد منطقی را به نحوی مناسب تعریف نمایند. بر این اساس ارائه تعریفی نظریه-برهانی یا نظریه-مدلی برای نظام‌های مختلف استنتاجی تنها به جهت جوانب کاربردی و در انسجام با سایر دیدگاه‌های متافیزیکی و معرفت‌شناختی مرتبط با آن نظام قابل قبول به نظر می‌رسد.

## References

- Alaeinejad, H. & Hajhosseini, M. (2021). Evaluating Etchemendy's Criticisms of Tarski's Analysis of Logical Consequence, *Philosophical Investigations*. DOI: 10.22034/jpiut.2021.47243.2920.
- Beall, J.C, Restall, G. (2006). *Logical Pluralism*, Oxford University Press.
- Beall, J. C. & et al. (2019). Logical Consequence, in: *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* Edward N. Zalta (ed.). <https://plato.stanford.edu/archives/spr2019/entries/logical-consequence/>
- Carnap, R. (1937). *Logical Syntax of Language*, Translated by A. Smeaton, Routledge.
- Carnap, R. (1948), *Introduction to Semantics*, Harvard University Press.
- Dummett, M. (1993). *the Logical Basis of Metaphysics*, Harvard University Press.
- Etchemendy, J. (1990). *the Concept of Logical Consequence*, Harvard University Press.
- Etchemendy, J. (2008). Reflections on Consequence, in *New Essays on Tarski and Philosophy*, Edited by D. Patterson, Oxford University Press.
- Ferrari, F. & Orlandelli, E. (2021). Proof-Theoretic Pluralism, *Synthese*, Vol. 198, 4879-4903.
- Garson, J. W. (2013). *What Logics Mean, From Proof Theory to Model Theoretic Semantics*, Cambridge University Press.
- Gentzen, G. (1964). Investigations into Logical Deduction", *American Philosophical Quarterly*, 1(4), 288-306.
- Gödel, K. (1986). on Formally Undecidable Propositions of Principia Mathematica and Related Systems I," in *Collected Works I. Publications 1929-1936*, Edited by S. Feferman and others, pp. 144-195, Oxford University Press.
- Krynicky, M. & Lachlan, A. H. (1979). On the Semantics of the Henkin Quantifier," in *the Journal of Symbolic Logic*, 44(2), 184-200.
- Leitgeb, H. & Carus, A. (2021). Rudolf Carnap, in: *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, Edward N. Zalta (ed.). <https://plato.stanford.edu/archives/sum2021/entries/carnap/>

- McKeon, M. W. (2010). *The Concept of Logical Consequence, an Introduction to Philosophical Logic*, Peter Lang.
- Prawitz, D. (1965), *Natural Deduction: A Proof-Theoretical Study*, Almqvist & Wiksell.
- Prawitz, D. (2006). Meaning Approached Via Proofs, *Synthese*, 148(3), 507-524.
- Rouilhan, P. (2009). Carnap on Logical Consequence for Languages I and II”, in *Carnap’s Logical Syntax of Language*, Edited by P. Wagner, Palgrave Macmillan.
- Shapiro, S. (2005). Logical Consequence, Proof Theory and Model Theory, in *The Oxford Handbook of Philosophy of Mathematics and Logic*, Edited by S. Shapiro, Oxford University Press.
- Schroeder-Heister, P. (2018). Proof-Theoretic Semantics, *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Spring 2018 Edition), Edward N. Zalta (ed.). <https://plato.stanford.edu/archives/spr2018/entries/proof-theoretic-semantics/>
- Sundholm, B. G., (2006). Varieties of Consequence, in *A Companion to Philosophical Logic*, Edited by D. Jacquette, pp. 241-255, Blackwell Publishing.
- Tarski, A. (1956a). the Concept of Truth in Formalized Languages, Translated by J. H. Woodger, in *Logic, Semantics, Metamathematics, Papers from 1923 to 1938*, pp. 152-278, Clarendon Press.
- Tarski, A. (1956b). Some Observation on the Concept of  $\omega$ -Consistency and  $\omega$ -Completeness, Translated by J. H. Woodger, in *Logic, Semantics, Metamathematics, Papers from 1923 to 1938*, pp. 279-295, Clarendon Press.
- Tarski, A. (2002). On the Concept of Following Logically, Translated by M. Stroińska and D. Hitchcock, in *History and Philosophy of Logic*, 23(3), 155-196.
- Tennant, N. (2020). Inferentialism, Logicism, Harmony, and a Counterpoint,” in *Logic, Language, and Mathematics, Themes from the Philosophy of Crispin Wright*, Edited by A. Miller, Oxford University Press.
- Wansing, H. (2000). The Idea of a Proof-Theoretic Semantics and the Meaning of the Logical Operations, *Studia Logica*, 64(1), 3–20.